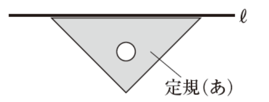
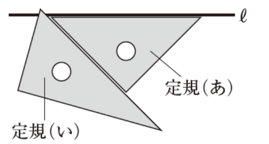
カだめしⅢ　中学校数学５　【図形】

	年		組		番	名前	

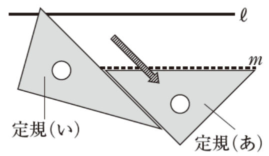
【１】下の①，②，③の手順で，直線 ℓ に平行な直線 m をひきます。　*[H24 全国調査 A6(1)]*



① 直線 ℓ に合わせて，定規（あ）を置く。



② 定規（あ）に合わせて，定規（い）を置く。



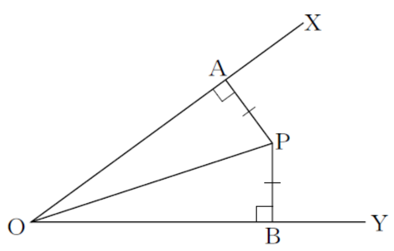
③ 定規（い）を動かさずに，定規（あ）を定規（い）に沿って動かし，直線 m をひく。

上の①，②，③の手順では，直線 ℓ に対する平行な直線 m を，どのようなことがらを根拠にしてひいていますか。下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２直線に１つの直線が交わるとき，同位角が等しければ，２直線は平行である。
イ　２直線に１つの直線が交わるとき，錯覚が等しければ，２直線は平行である。
ウ　１つの直線に垂直な２直線は平行である。
エ　１つの直線に平行な２直線は平行である。

答　ア

【２】次の図のように，∠XOY の内部の点 P から，２辺 OX，OY にひいた垂線 PA，PB の長さが等しいとき，OP は∠XOY を２等分することを、下のように証明しました。
[H22 全国調査 A7(2)]



証明

△PAO と△PBO において，
仮定から，　∠PAO = ∠PBO = 90°　……①
PA = PB　……②
共通な辺だから，　OP = OP　……③
①，②，③より，$\boxed{\qquad\qquad}$ から，
△PAO ≡ △PBO
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠AOP = ∠BOP
したがって，OP は∠XOY を２等分する。

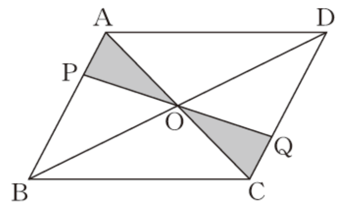
左の**証明**の $\boxed{\qquad\qquad}$ に当てはまる合同条件を，下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい
イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい
ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい
エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい
オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

答　エ

【３】平行四辺形 ABCD で，辺 AB 上に点 P をとり，P と対角線の交点 O を通る直線をひき，その直線と辺 CD との交点を Q とします。このとき，OP=OQ となることを，ある学級では，下の**図１**をかいて証明しました。　*[H24 全国調査 A8]*

図１

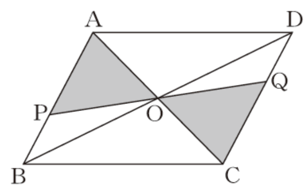


証明

△OPA と△OQC において，
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，
AO = CO　…①
平行線の錯角は等しいので，
∠PAO = ∠QCO　…②
対頂角は等しいので，
∠AOP = ∠COQ　…③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△OPA ≡ △OQC
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，
OP = OQ

この証明をしたあと、点 P の位置を**図２**のように変えました。このときも**図１**と同じように OP=OQ となるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**までのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



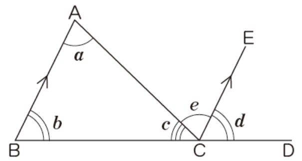
ア　**図２**の場合も，OP=OQ であることは，すでに上の**証明**で示されている。
イ　**図２**の場合は，OP=OQ であることを，改めて証明する必要がある。
ウ　**図２**の場合は，OP=OQ であることを，それぞれの長さを測って確認しなければならない。
エ　**図２**の場合は，OP=OQ ではない。

答　ア

【４】ある学級で，「三角形の内角の和は 180°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。 *[H21 全国調査 A8]*

①

下の図の△ABC で，
辺 BC を延長した直線上の点を D とし，点 C を通り辺 BA に平行な直線 CE をひく。

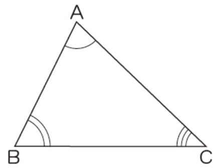


平行線の錯角は等しいから，　$\angle a=\angle e$
平行線の同位角は等しいから，　$\angle b=\angle d$
したがって，
$$\angle a+\angle b+\angle c=\angle e+\angle d+\angle c=180^\circ$$
よって，三角形の内角の和は 180°である。

②

下の図の△ABC で，
３つの角の大きさをそれぞれ測ると，

$\angle A=72^\circ$
$\angle B=64^\circ$
$\angle C=44^\circ$



したがって，
$$\angle A+\angle B+\angle C=72^\circ+64^\circ+44^\circ=180^\circ$$
よって，三角形の内角の和は 180°である。

どんな三角形でも内角の和は 180°であることの証明について，下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。
イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。
ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。
エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。
オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

答　ウ

【５】江戸時代の数学書「塵劫記（じんこうき）」には，日常生活で役立つ様々な計算が紹介されています。下の図は，木の高さの求め方を紹介した部分です。　*[H24 全国調査 B5]*

寛永４年（1627 年）刊行の塵劫記より

翔太（しょうた）さんは，この内容に興味をもち，木の高さの求め方を，次のようにまとめました。

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

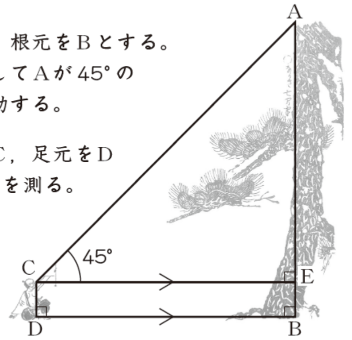
木の高さの求め方

手順

◇1 木の一番高い位置をA，根元をBとする。地面と平行な直線に対してAが 45°の方向に見える位置に移動する。

◇2 そのときの目の位置をC，足元をDとし，CD，DBの長さを測る。

◇3 CDの長さとDBの長さをたすと，高さABが求まる。



ポイント
◎点Cを通りDBと平行な直線とABの交点をEとする。ABの長さは直接測れないので，ABをAEとEBに分け，それぞれの長さを他の長さに置き換えて測っている。
◎木と人は地面に対して垂直に立っていると考えると，AB⊥DB，CD⊥DB，∠AEC＝90°となる。

（１）目の高さ CD が 1.2m，DB の長さが 8.3m であるとき，上の**木の高さの求め方**にしたがって，木の高さ AB を求めなさい。

答　9.5　m

（２）**木の高さの求め方**の **手順**◇2 で，CD，DB の長さを測っているのは，EB を CD に，CE を DB に，それぞれの長さを置き換えているからです。そのようにしてよいのは，四角形 CDBE が長方形だからです。ここで用いられている長方形の性質について，下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　長方形の４つの角はすべて等しい。
イ　長方形の２組の向かい合う辺はそれぞれ平行である。
ウ　長方形の２組の向かい合う辺の長さはそれぞれ等しい。
エ　長方形の対角線の長さは等しい。

答　ウ

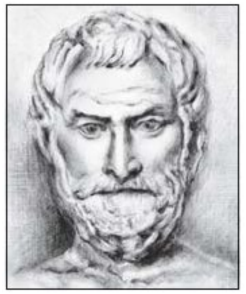
（３）**木の高さの求め方**では，CE の長さを直接測る代わりに，次のような方法を用いて，CE の長さを求められるようにしています。

長方形の性質を用いて，CE の長さを DB の長さに置き換える。

AE についてもその長さを直接測る代わりに，**手順**◇1 で△ACE の∠ACE を 45°にすることによって，AE の長さを求められるようにしています。その方法を，上の□のように説明しなさい。

（説明）
（例）　二等辺三角形の性質を用いて，AEの長さをCEの長さに置き換える。

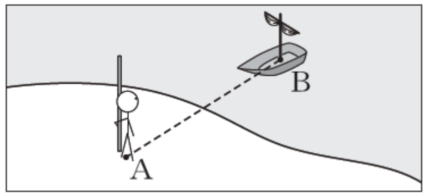
【６】紀元前６世紀ごろの古代ギリシャで活躍した学者の１人に，タレスという人がいます。タレスは，次のようにして，陸上から直接測ることができない船までの距離を求めたといわれています。　*[H23 全国調査 B3]*



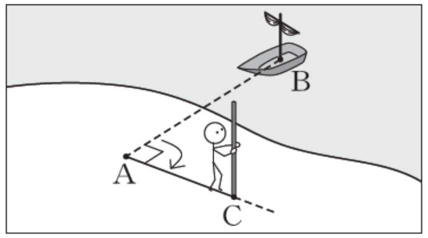
タレスの方法

◎陸上の点Ａから沖に停泊している船Ｂまでの距離を求める場合

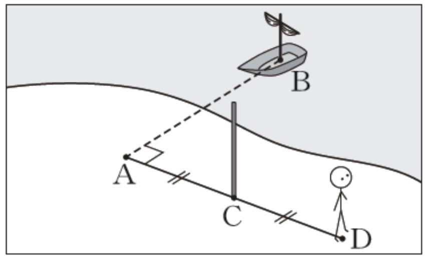
①　陸上の点Ａから船Ｂを見る。



②　点Ａで体の向きを 90° 変え，距離を決めてまっすぐ歩いて棒を立て，その点をＣとする。

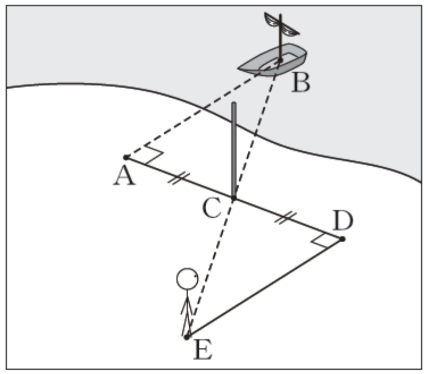


③　さらに同じ方向に点Ａから点Ｃまでの距離と同じだけまっすぐ歩いて立ち止まり，その点をＤとする。



④　点Ｄで点Ｃの方を向き，船Ｂとは反対側に体の向きを 90° 変える。そこからまっすぐ歩き，点Ｃに立てた棒と船Ｂが重なって見える点をＥとする。

⑤　点Ｄから点Ｅまでの距離を測る。



次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）点Ａから船Ｂまでの距離を求めるために，**タレスの方法**では次のような考えが使われています。下の［　　］に当てはまる記号を書きなさい。

> 線分 AB の長さを直接測ることができないので，△ABC と合同な△DEC をつくり，線分 AB の長さを線分［ DE ］の長さに置きかえて求める。

（2）**タレスの方法**で点Ａから船Ｂまでの距離を求めることができるのは，△ABC と△DEC が合同であるからです。下線部を証明するための根拠となることがらを，三角形の合同条件を用いて書きなさい。

（例）　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい２つの三角形は，合同である。

（3）**タレスの方法**では，∠BAC と∠EDC の大きさを 90° にしています。下の**ア**から**エ**は，この∠BAC と∠EDC の大きさについて述べたものです。正しいものを１つ選びなさい。

ア　∠BAC と∠EDC がどちらも 90° のときだけ，△ABC≡△DEC を利用して船までの距離を求めることができる。

イ　∠BAC＝∠EDC であれば，90° にしなくても，△ABC≡△DEC を利用して船までの距離を求めることができる。

ウ　∠BAC を 90° にすれば，∠EDC を何度にしても，△ABC≡△DEC を利用して船までの距離を求めることができる。

エ　∠BAC と∠EDC の大きさを等しくしなくても，△ABC≡△DEC を利用して船までの距離を求めることができる。

答　イ